

# Transformacja Fouriera w fizyce cząstek

Adam Piznał, Andrzej Wiśniewski, Szymon Ryszkowski

## Cel projektu

Celem projektu było zapoznanie się z działaniem transformacji Fouriera na przykładzie związanym z fizyką cząstek oraz pokazanie zasady nieoznaczoności Heisenberga.

## Wprowadzenie

Transformacja Fouriera to narzędzie matematyczne, przekształcające funkcję od czasu na funkcję od częstotliwości. Pozwala ona na rozkład tejże funkcji **na sinusoidalne składowe**, co pokazuje nam, jakie częstotliwości dominują w danej funkcji.

W mechanice kwantowej położenie cząstki opisujemy nie przy pomocy jednego wektora, a **funkcji falowej**. Moduł z tejże funkcji podniesiony do kwadratu tworzy nową, ważną dla nas funkcję, **gęstość prawdopodobieństwa**, co rozumieć możemy w ten sposób, że pole pod jej wykresem stanowi prawdopodobieństwo na to, że pomiar na danym obszarze wykaże obecność cząstki.

W przypadku cząstki swobodnej funkcja falowa okazuje się być **sumą sinusoidalnych fal płaskich**, co sprowadza nas ponownie do transformacji Fouriera, jednak tym razem rolę czasu przejmuje **położenie**, a częstotliwości – **liczba falowa** (iloraz pędu cząstki przez zredukowaną stałą Plancka).

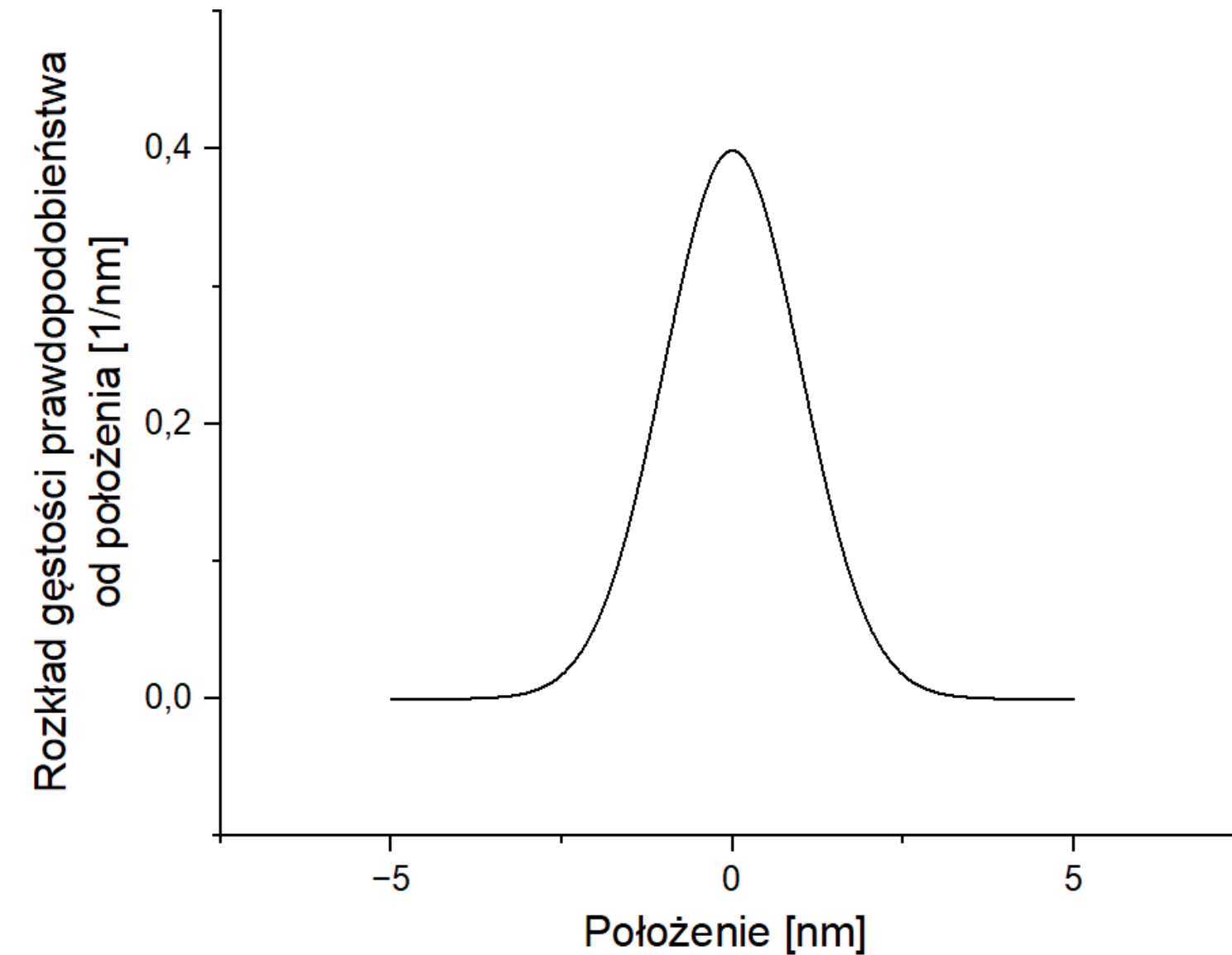
Transformacja Fouriera określona jest wzorem:

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{gdzie:} \\ \hat{f}(k) - \text{funkcja od liczby falowej} \\ f(x) - \text{funkcja od położenia} \end{array} \right.$$

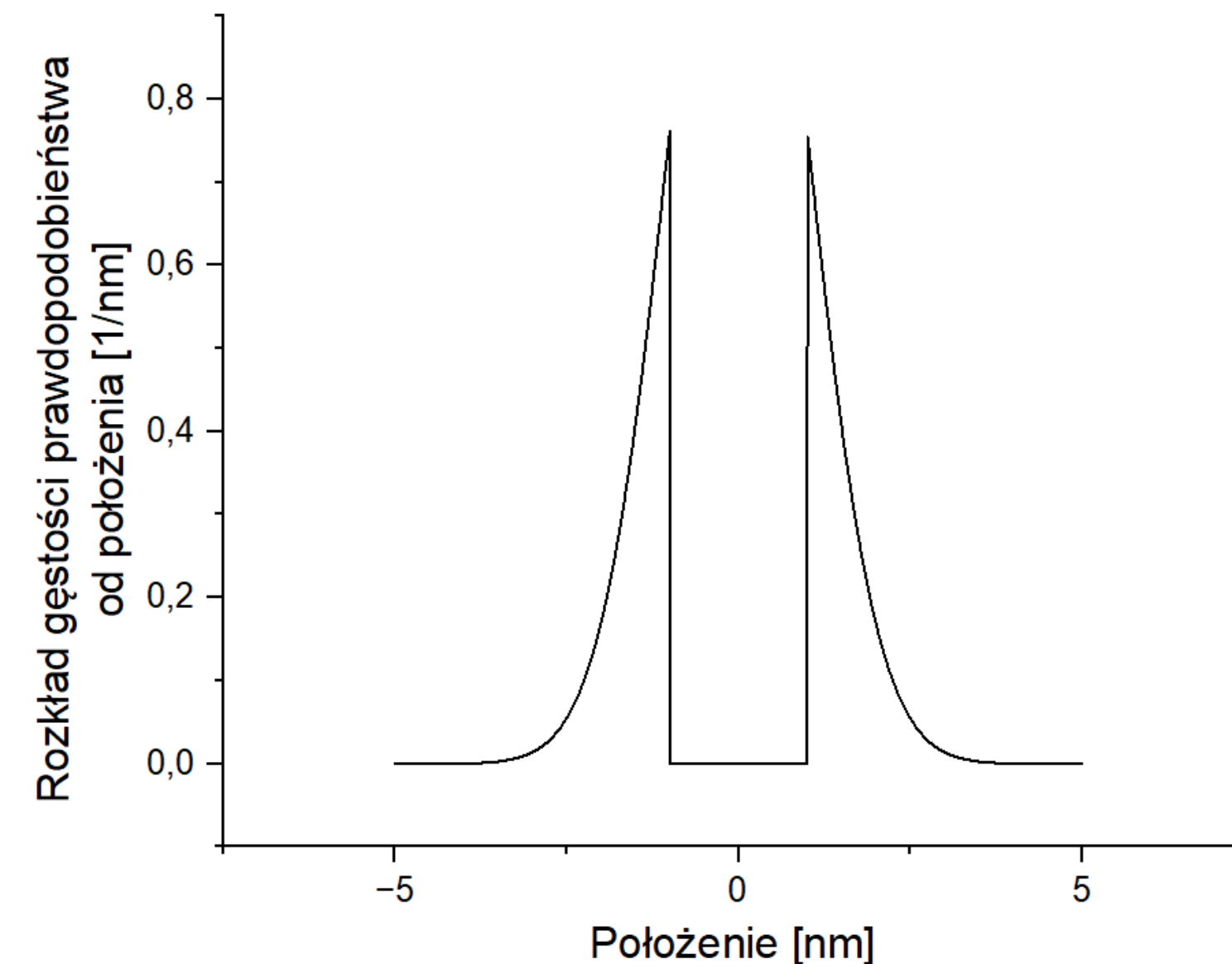
## Metodologia

Do przeprowadzenia symulacji i obliczeń związanych z transformacją Fouriera, zdefiniowania funkcji falowej oraz obliczenia gęstości prawdopodobieństwa użyliśmy języka Python i programu PyCharm. Następnie skorzystaliśmy z programu Origin do utworzenia wykresów na podstawie danych otrzymanych z symulacji.

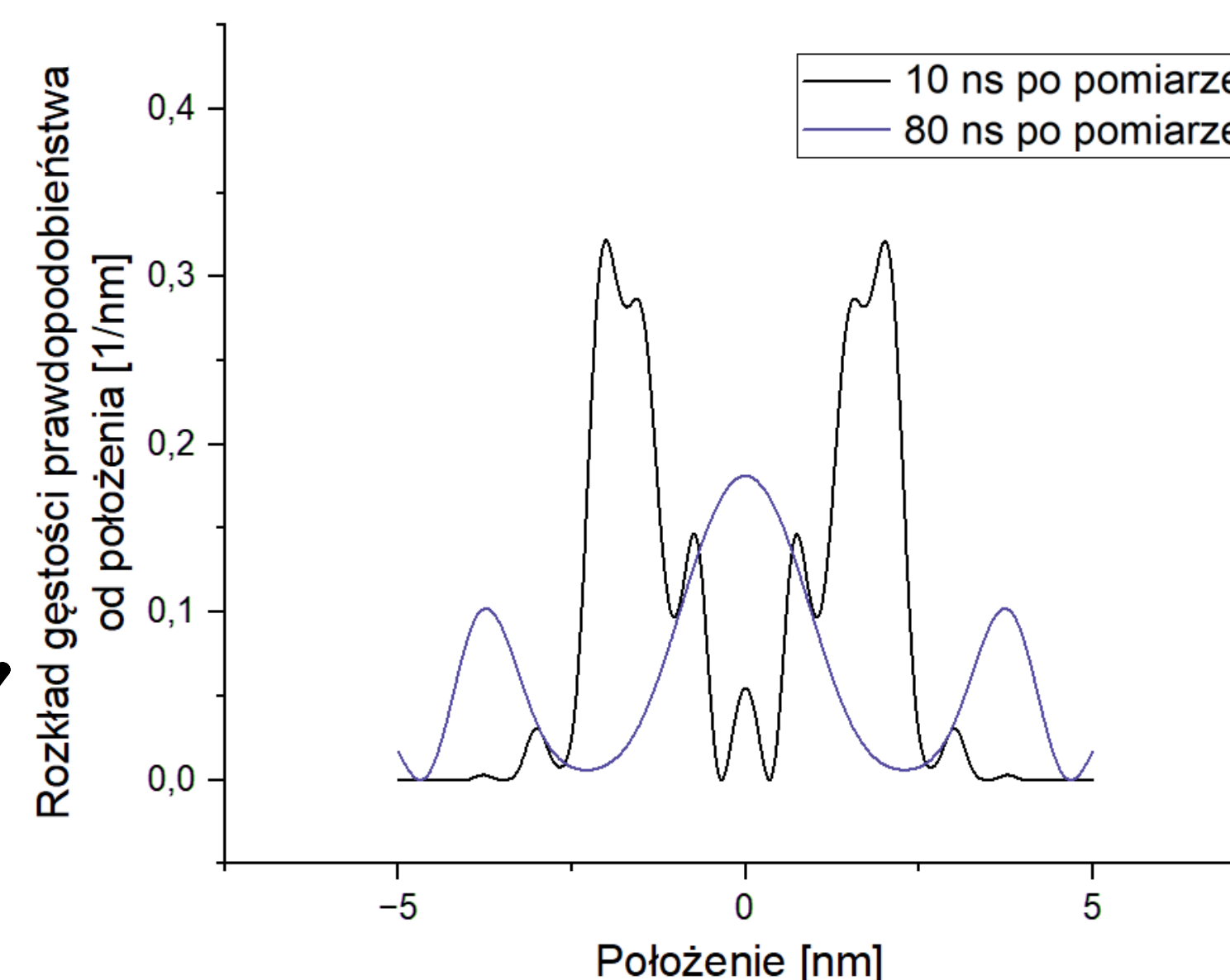
Symulacja ewolucji w czasie



Wyk. 1. Rozkład przed pomiarem od -1 do 1 [nm]. Szanse na obecność cząstki od -1 do 1 [nm] wynoszą 68%.



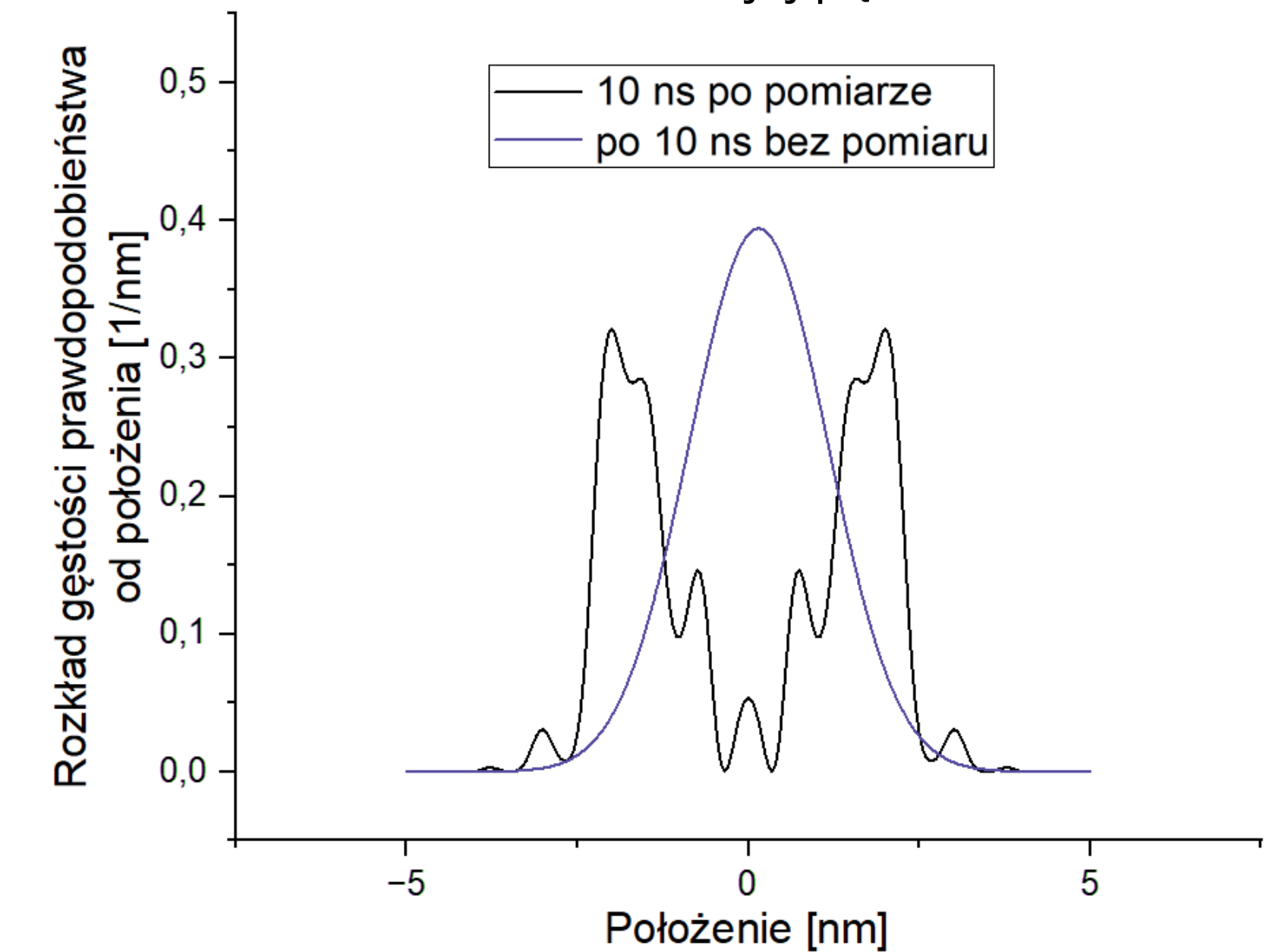
Wyk. 2. Rozkład po pomiarze, w wyniku którego okazało się, że cząstka nie znajdowała się w obszarze od -1 do 1 [nm].



Wyk. 3. Rozkład 10 ns oraz 80 ns po pomiarze.

## Wyniki

Przeprowadziliśmy symulację stanu układu jądra deuteru przed i po pomiarze jego położenia. Zaobserwowaliśmy wpływ samego pomiaru na stan układu (wyk. 4). Ponadto wraz ze zwiększeniem naszej wiedzy o położeniu cząstki zauważyliśmy wzrost nieokreśloności jej pędu.



Wyk. 4. Porównanie rozkładu 10 ns po rozpoczęciu symulacji w przypadku dokonania i niedokonania pomiaru.

Zasada nieoznaczoności mówi o tym, że nie można z dowolną dokładnością zmierzyć jednocześnie położenia i pędu cząstki i wyrażona jest wzorem:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

gdzie:

$\Delta x$  – nieokreśloność pomiaru pędu  
 $\Delta p$  – nieokreśloność pomiaru położenia  
 $\hbar$  – zredukowana stała Plancka

Dla układu przed pomiarem iloczyn nieokreśloności położenia i pędu był równy dokładnie  $\hbar/2$ , podczas gdy po pomiarze wyniósł ok. 1,77 razy więcej. Oznacza to, że wraz z dokonaniem pomiaru położenia, nasza wiedza na temat pędu cząstki zmniejszyła się.

## Podsumowanie

Dzięki transformacji Fouriera mogliśmy dowiedzieć się, jak wybrana cząstka zachowywałaby się wraz z upływem czasu, a także pokazać zasadę nieoznaczoności Heisenberga.