

Przełącznik Genetyczny

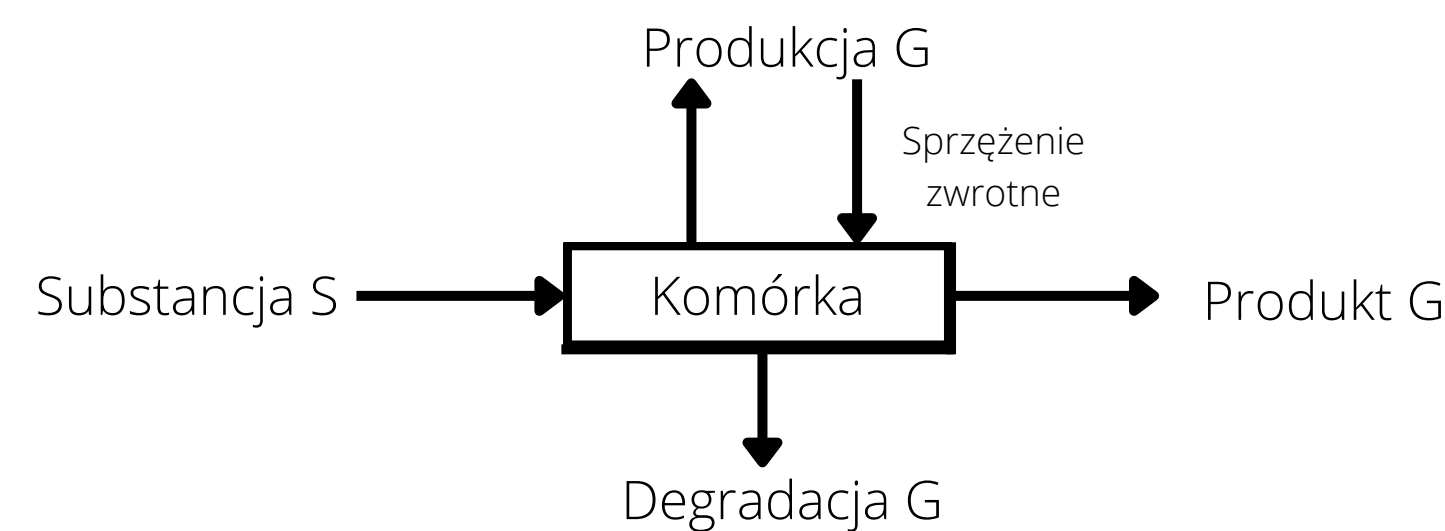
Oliwia Niedzielska, Marcel Blaut, Filip Ficek

Wprowadzenie

Dlaczego zebra ma paski? Jak powstają plamki na skrzydłach motyli? Aby odpowiedzieć na te pytania zbadaliśmy model matematyczny opisujący mechanizm powstawania wzorów u zwierząt. Naszym celem była analiza równania różniczkowego opisującego przełącznik genetyczny odpowiedzialny za produkcję pigmentu w komórkach zwierzęcych.

Model

Aby lepiej zrozumieć przełącznik genetyczny przedstawiamy schemat jego działania.



W tym modelu **S** aktywuje komórkę do produkcji **G**.

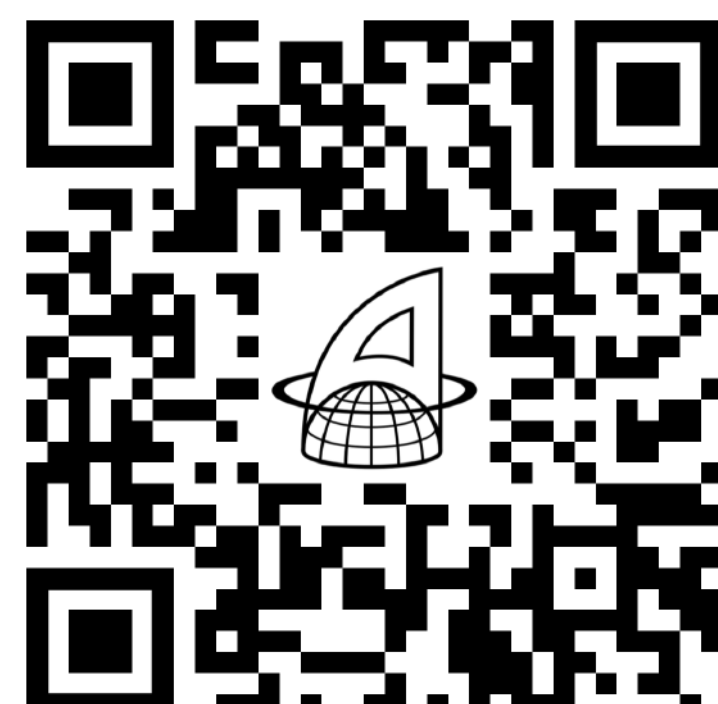
S można uznać za sygnał chemiczny, a **G** za produkt tworzony przez komórkę. Produkcja **G** w komórce stymulowana jest przez obecność substancji **S** jak i mechanizm sprzężenia zwrotnego. Jednocześnie **G** degraduje, to znaczy spada jego ilość. Po przekroczeniu odpowiedniego stężenia substancji **G** w komórce zaczyna się produkcja pigmentu. Jak zobaczymy, jeśli do komórki nie dotrze wystarczająca ilość substancji **S**, stężenie **G** będzie zbyt niskie i pigment nie powstanie.

Powyższy model jest opisywany przez równanie:

$$\frac{dg}{dt} = k_1 s - k_2 g + \frac{K g^2}{k_n + g^2}$$

Pierwszy człon opisuje wpływ substancji **S**, drugi degradację **G** a trzeci mechanizm sprzężenia zwrotnego.

Więcej informacji:



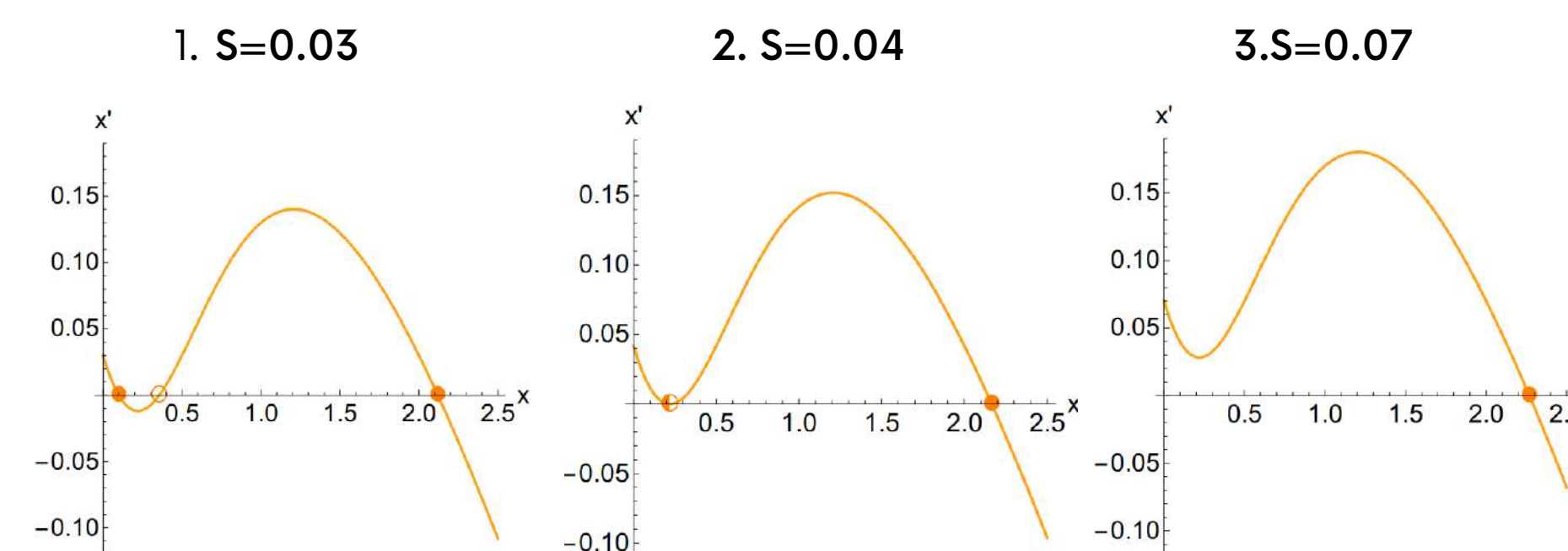
Analiza

Przy użyciu odpowiednich przekształceń udało nam się zlikwidować zbędną liczbę wartości stałych i otrzymać łatwiejsze w badaniu równanie.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x^2}{1+x^2} - rx + s$$

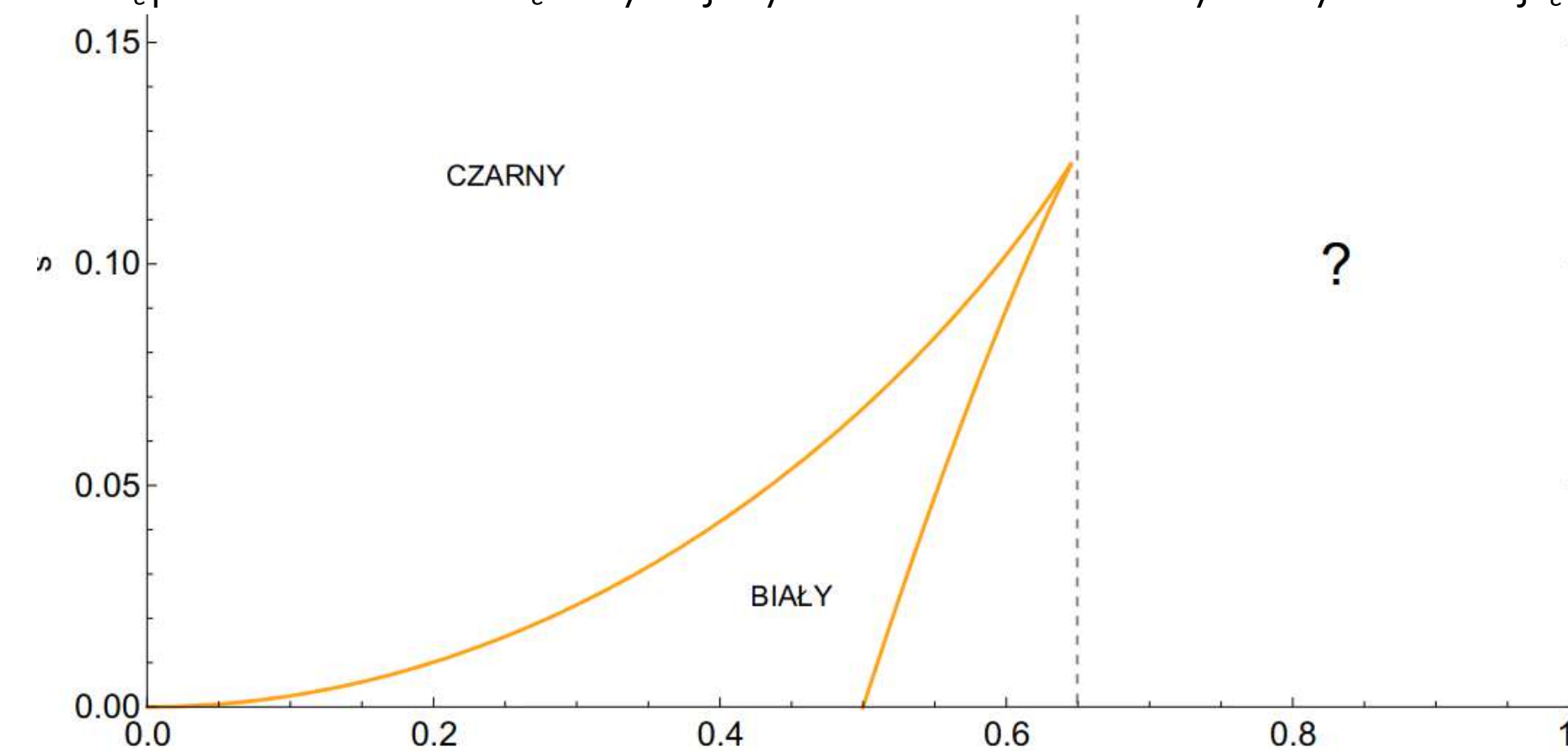
Wielkość **x** jest tutaj odpowiednio przeskalowanym stężeniem substancji **G** ponadto w powyższym równaniu obecne są dwa parametry. Parametr **s** odpowiada ilości substancji **S** w komórce, zaś parametr **r** tempu degradacji.

Następnie przeszliśmy do stworzenia wykresów funkcji pochodnej aby sprawdzić jak zachowuje się badany przez nas układ w zależności od przyjętych parametrów. W naszych wykresach przyjęliśmy, że parametr **r** się nie zmienia, co pozwoliło na badanie funkcji dla różnych parametrów **s**.



Widoczne wyżej wykresy należy śledzić od lewej strony. W pierwszej kolejności na każdym wykresie spadamy w dół. Gdy osiągamy punkt stabilny (na 1. zamalowane kółko, na 2. zamalowane w połowie) w układzie nie zwiększa się ilość **x**. Dopiero dla trzeciego przypadku substancja **S** jest w stanie napędzić dalszą produkcję **x** i spowodować produkcję pigmentu w komórce.

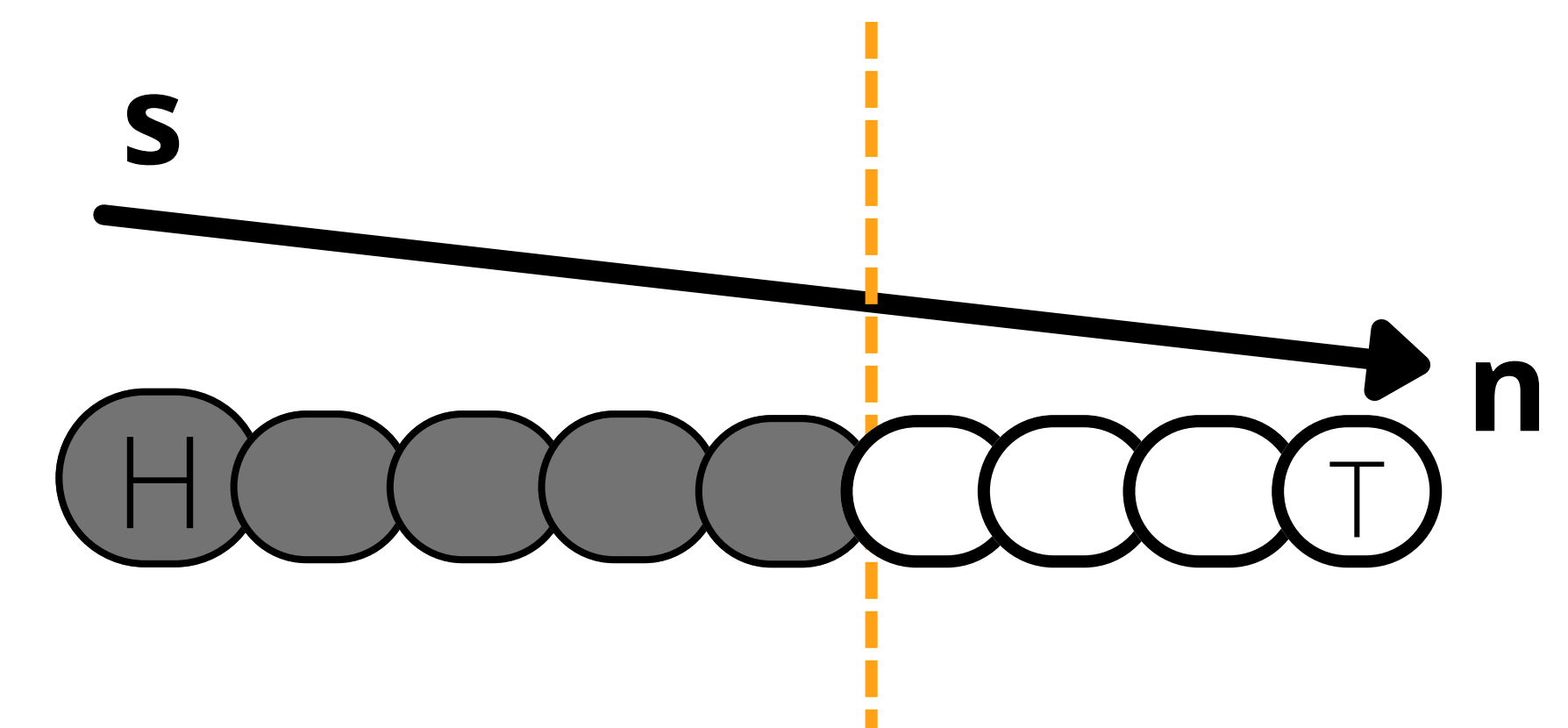
Przedstawiona na wykresach zmiana 2 punktów stabilności na 1 punkt, a następnie oderwanie się krzywej wykresu od osi OX nazywamy bifurkacją.



Wykres prezentuje zachowanie się układu w zależności od wartości parametrów **r** i **s**. Pomarańczowe linie reprezentują wartości dla których zachodzi bifurkacja.

Działanie

Badany przez nas sposób w jaki sygnał chemiczny wpływa na komórki można przedstawić za pomocą poniższego schematu. Na rysunku widać sznur komórek połączonych ze sobą w kolejności od **H-head** do **T-Tail**. Kolejność ta nie jest przypadkowa, bo to właśnie do komórki **H** sygnał dociera jako pierwszy i rozchodzi się wzdłuż kolejnych komórek słabnąc. Dzieje się tak aż do momentu, w którym ilość sygnału **s** przekroczy pomarańczową linię krytyczną i stanie się on zbyt słaby aby pobudzić komórki do wytworzenia pigmentu.



n - ciąg komórek odbierających sygnał chemiczny
s - sygnał chemiczny

