III Olimpijska Liga Astronomiczna

Promieniowanie i fizyka gwiazd

Zadanie 1.

Mały Książę po zdobyciu uprawnień pilota nieoczekiwanie rozbił się na asteroidzie Róża w pewnym układzie oddalonym od Słońca o 50 tysięcy parseków. Znalazłszy się w potrzasku, oczekując na nadejście pomocy, postanowił obliczyć parametry gwiazdy centralnej, wokół której krąży asteroida X – promień R_G gwiazdy, moc promieniowania L_G gwiazdy, jej masę M_G i jej temperaturę efektywną T_G. Na podstawie podanych obserwacji, pomóż mu oszacować wartości szukanych wielkości. Spróbuj także ustalić, jaką gwiazdą (jakiego typu) może być obiekt centralny w tym układzie.

Mały Książę ustalił, że odstęp między kolejnymi położeniami Róży w apocentrum orbity wynosi 17,5 roku. Ponadto, gwiazda centralna obserwowana z asteroidy ma średnicę kątową zmieniającą się w ciągu pełnego obiegu Róży wokół gwiazdy centralnej między $\vartheta_{min} = 1°09'$ a $\vartheta_{max} = 2°17'$.

Dzięki doświadczeniu nabytemu w gabinecie Astronoma stwierdził, że Róża jest wyjątkowym okazem asteroidy typu spektralnego P – ma typową gęstość 1,4g/cm^3, jest bardzo ciemna (o albedo praktycznie równym zero), ale jest także idealnie kulista i nadzwyczaj mała – ma średnicę jedynie dwóch metrów. Co jednak najbardziej imponujące, jest ona w stanie przetrwać ekstremalne warunki, jakie panują przez cały czas w tym układzie – w perycentrum orbity Róża osiąga egzotyczną temperaturę 3000 K.

Gwiazda widziana z Ziemi ma jasność obserwowaną równą 8,1 magnitudo.

Uwaga. Na potrzeby obliczeń, załóż, że zarówno asteroida, jak i gwiazda nie zmieniają swoich parametrów w ciągu trwania pomiarów (tj. nie tracą masy, orbity są stabilne, wszelkie własności są takie same). Przyjmij, że gwiazda jest izotropową kulą o promieniu R_G, a cały układ gwiazdy składa się wyłącznie z gwiazdy centralnej i asteroidy; reszta układu przez cały czas wypełniona jest idealną próżnią (przestrzenią pozbawioną cząsteczek), która jedynie pozwala przenosić energię. Pomiń wpływ statku Małego Księcia i jego wnętrza na ruch orbitalny asteroidy. Pomiń wpływ efektów kwantowych i relatywistycznych. Przyjmij, że asteroida obraca się na tyle szybko wokół własnej osi, aby zachować stałą temperaturę na całej swej powierzchni. Uwzględnij wpływ ciśnienia promieniowania na ruch orbitalny asteroidy.

Autor: Michał Jagodziński

Zadanie 2.

W pewnym układzie planetarnym znajdującym się w odległości 15,7 pc od Ziemi zaobserwowano, że wokół gwiazdy krąży po eliptycznej orbicie kometa. Jej głowa jest zbudowana niemal w całości z argonu. Gdy znajduje się ona dostatecznie blisko macierzystej gwiazdy, argon pod wpływem temperatury zaczyna się ulatniać, tworząc warkocz komety. Wiedząc, że dolna granica temperatury przy której argon zaczyna się ulatniać wynosi 40 K, oraz przyjmując, że gwiazda ma jasność obserwowana równą $6{,}2^m$, półoś wielka orbity komety równa jest 70 AU, natomiast jej mimośród 0,6 oblicz:

a) jak długo będzie można obserwować warkocz komety tworzony przez ulatniający się argon

b) ile czasu będzie trzeba czekać na ponowne pojawienie się warkocza tuż po tym jak przestanie on być widoczny. Przedyskutuj jaki wpływ na długość okresu widoczności warkocza ma temperatura gwiazdy.

W obliczeniach przyjmij, że jasność absolutna Słońca wynosi $4{,}74^m$ oraz że dla gwiazd ciągu głównego obowiązuje zależność między masą a mocą promieniowania w postaci:

$$M^3 \sim L$$

Autor: Ksawery Głowacki

Zadanie 3.

W wyniku zjawiska tzw. promieniowania Hawkinga czarna dziura emituje promieniowanie, które można opisać promieniowaniem ciała doskonale czarnego o temperaturze:

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_B M}$$

Załóżmy, że mamy sferyczne ciało niebieskie o promieniu R w przestrzeni międzygalaktycznej, które jest doskonale czarne. Na orbitach kołowych o wysokości h nad powierzchnią tego ciała umieszczamy czarne dziury, do których dostarczamy masę tak, aby rekompensowała ona wypromieniowaną energię unoszoną w promieniowaniu Hawkinga.

a) Ile co najmniej czarnych dziur o masie M potrzeba, aby ciało takie rozgrzało się i osiągnęło zadaną jasność L. Załóż, że rozkład temperatury jest sferycznie symetryczny, pomiń efekty ogólnej i szczególnej teorii względności.

b) Oblicz wynik w sytuacji, gdy takie czarne dziury o masie $M = 1{,}5 \cdot 10^7$ kg umieścimy wokół Księżyca na wysokości $h = 300$ km tak, aby obserwowalna jasność Księżyca z Ziemi dorównała jasności Słońca obserwowanej z Ziemi. W tym przypadku uwzględnij obecność Słońca, pomiń promieniowanie odbijane i emitowane przez Ziemię.

c) Oszacuj najdokładniej jak możesz, jak szybko wyparowałyby czarne dziury w podpunkcie b), gdyby nie dostarczać do nich masy.

Wskazówka: Wykorzystaj wzór na pole czaszy

$$S = 2\pi r d$$

Gdzie r to promień kuli, z której wycięto czasze, a d to jej wysokość

Autor: Dawid Chudzik

Zadanie 4.

Rozważ proces proton-proton i oblicz, pomijając udział neutrin (tj. zakładając, że energia niesiona przez neutrina jest zaniedbywalna), jaka energia jest w nim wydzielana na jednostkę masy spalonego wodoru (J/kg). Następnie, przyjmując, że Słońce ma stałą jasność:

1. Oblicz maksymalny czas $t_{\max}$ życia Słońca, gdyby cała jego masa została w wyniku fuzji przetworzona w hel.

2. Oszacuj czas t_{MS} życia Słońca na ciągu głównym przyjmując, że 10% jego masy znajduje się w jądrze i bierze udział w reakcjach fuzji, a ułamek masowy wodoru w jądrze wynosi $X = 0{,}73$. Przyjmij, że skład jądra jest stały w czasie.

3. Wyprowadź ile wynosi skala czasowa Kelvina-Helmholtza τ_{KH} (czas potrzebny gwieździe, żeby wypromieniować grawitacyjną energię potencjalną przy danej jasności). Użyj we wzorze na energię potencjalną bezwymiarowego parametru α :

$$U = \alpha \frac{GM^2}{R}.$$

   Pokaż postać wyrażenia na τ_{KH} w funkcji α, a następnie policz wartość numeryczną dla $\alpha = 1/2$. Jaka jest fizyczna interpretacja parametru α ?

4. Zakładamy, że fotony w gwieździe oddziałują głównie przez rozpraszanie Thomsona na wolnych elektronach. Każdy wolny elektron ma efektywną „powierzchnię" σ_T, na którą mogą natrafić fotony. Z kolei w zjonizowanym gazie liczba elektronów przypadająca na 1 kg wynosi w przybliżeniu $\frac{1}{m_p}$. Stosunek przekroju czynnego σ_T do masy protonu wyznacza przeźroczystość (oznaczaną poprzez κ), czyli miarę zdolności ośrodka do przewodzenia fal elektromagnetycznych i innych rodzajów promieniowania. Wyznacz κ dla podanych wartości:

$$m_p = 1{,}673 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg},\ \ \sigma_T = 6{,}652 \times 10^{-29}\ \mathrm{m}^2.$$

5. Wyprowadź wzór na jasność Eddingtona L_{Edd} (równowaga między siłą grawitacji a siłą wywołaną ciśnieniem promieniowania). Pokaż przejście od równania dla siły na jednostkę masy do wzoru ogólnego

$$L_{\mathrm{Edd}} = \frac{4\pi c G M}{\kappa}.$$

   Następnie, dla Słońca, oblicz $L_{\mathrm{Edd},\odot}$ używając empirycznego przybliżenia

$$\kappa \approx 0{,}2(1 + X)\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{g}$$

   Podaj numeryczne wyniki i porównaj z rzeczywistą jasnością Słońca $L_\odot$.

   Podpowiedź: w sile promieniowania na jednostkę masy trzeba uwzględnić κ, która określi ile efektywnie energii trafi na powierzchnię. Energia fotonu wynosi $E = pc$ oraz warto pamiętać, że zmiana pędu w jednostce czasu to siła.

6. Porównaj otrzymane skale czasowe: $t_{\max}$ (z pkt. 1), t_{MS} (z pkt. 2), τ_{KH} (z pkt. 3). Omów, dlaczego skale te różnią się, jakie założenia wpływają na otrzymane wartości oraz co wynika z relacji między $L_\odot$ i L_{Edd}.

W punkcie 3, 5 i 6 można korzystać z dostępnych w internecie/podręcznikach źródeł, ale w rozwiązaniu należy poprawnie je zacytować.

Autor: Rafał Bryl

Zadanie 5.

Wykonano nisko rozdzielcze pomiary spektroskopowe oraz wysoko rozdzielcze zbliżenie na linię absorpcyjną H-β pewnej gwiazdy ciągu głównego. Porównaj je do syntetycznych widm gwiazd znanych typów (bez wpływu rotacji i ekstynkcji). Określ typ widmowy gwiazdy oraz oszacuj jej prędkość rotacji i promień. Załóż, że oś obrotu gwiazdy jest prostopadła do osi patrzenia obserwatora. Czy gwiazda będzie tracić masę?
Znamy również jasność obserwowalną obiektu w filtrach $V = 15{,}73$, $I = 15{,}39$ mag oraz paralaksę $\pi = 0{,}217$ mas.

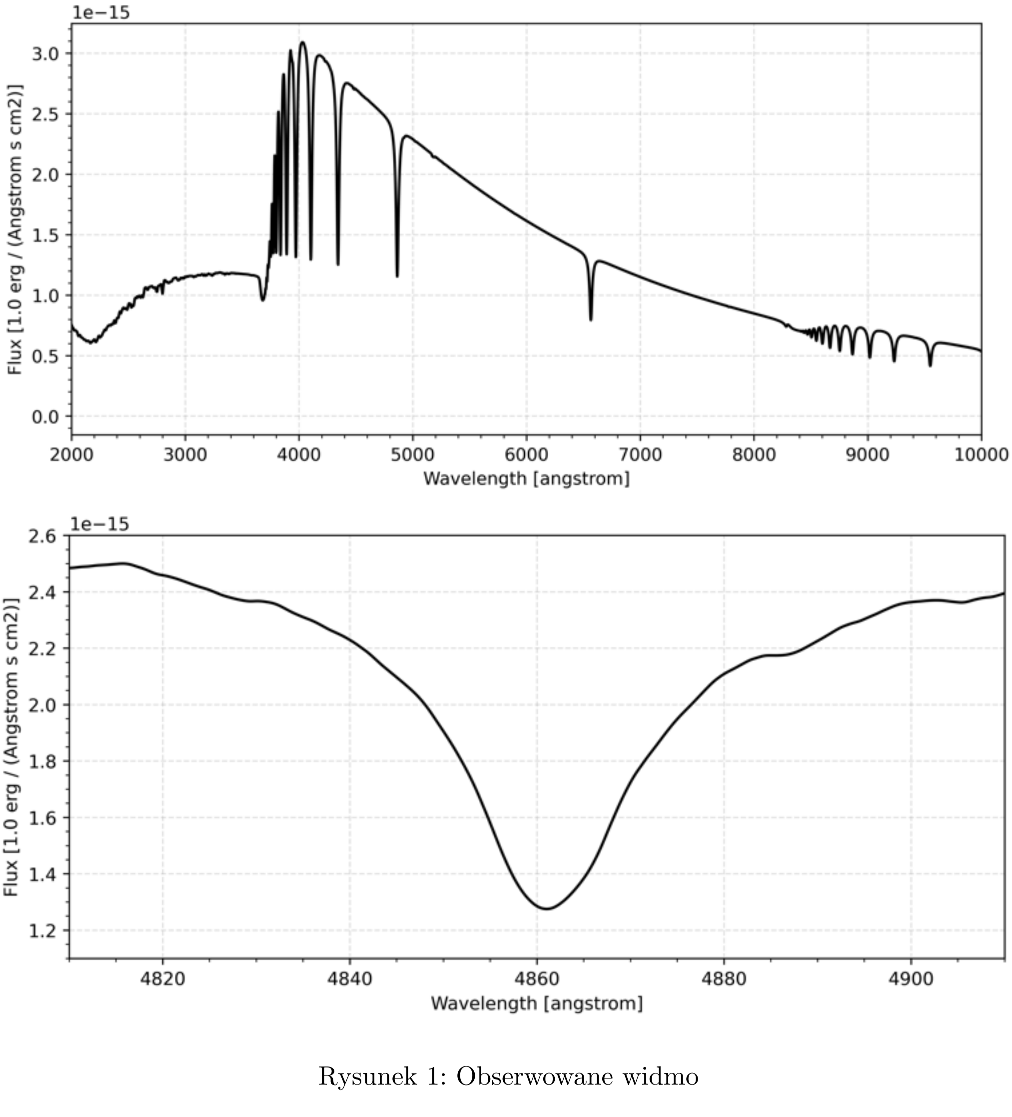
Wskazówki: Średnicę kątową gwiazdy (w mas) możemy opisać empirycznym wzorem:

$$\log_{10}\theta_\star = -0{,}2I_0 + c_0 + c_1(V-I)_0,$$

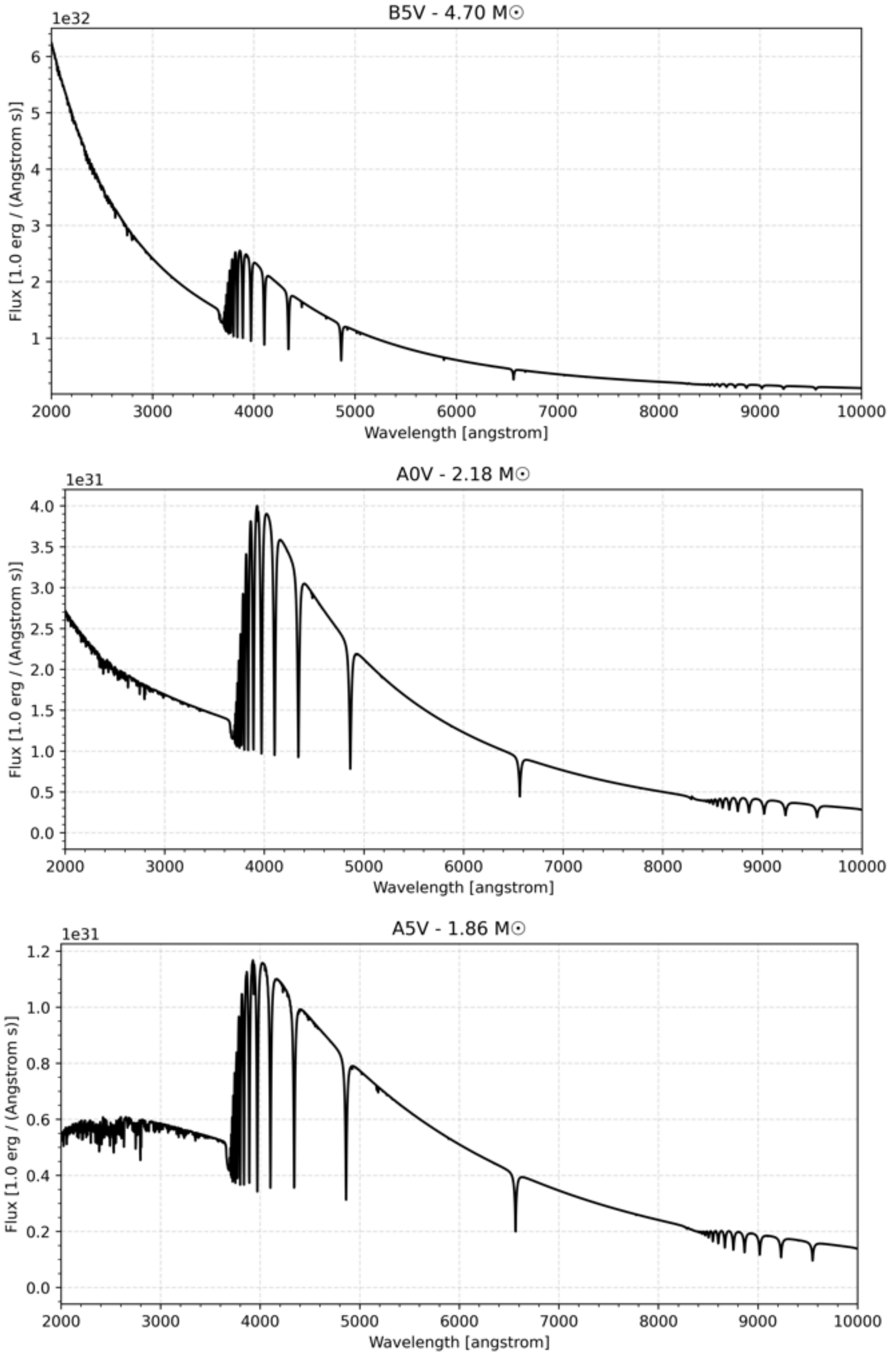
gdzie $c_0 = 0{,}54$, $c_1 = 0{,}39$.
Efektywna długość fali dla filtrów V oraz I wynosi odpowiednio $\lambda_V = 5536$Å, $\lambda_I = 8086$Å.

Wykresy do zadania znajdują się poniżej na kilu stronach.

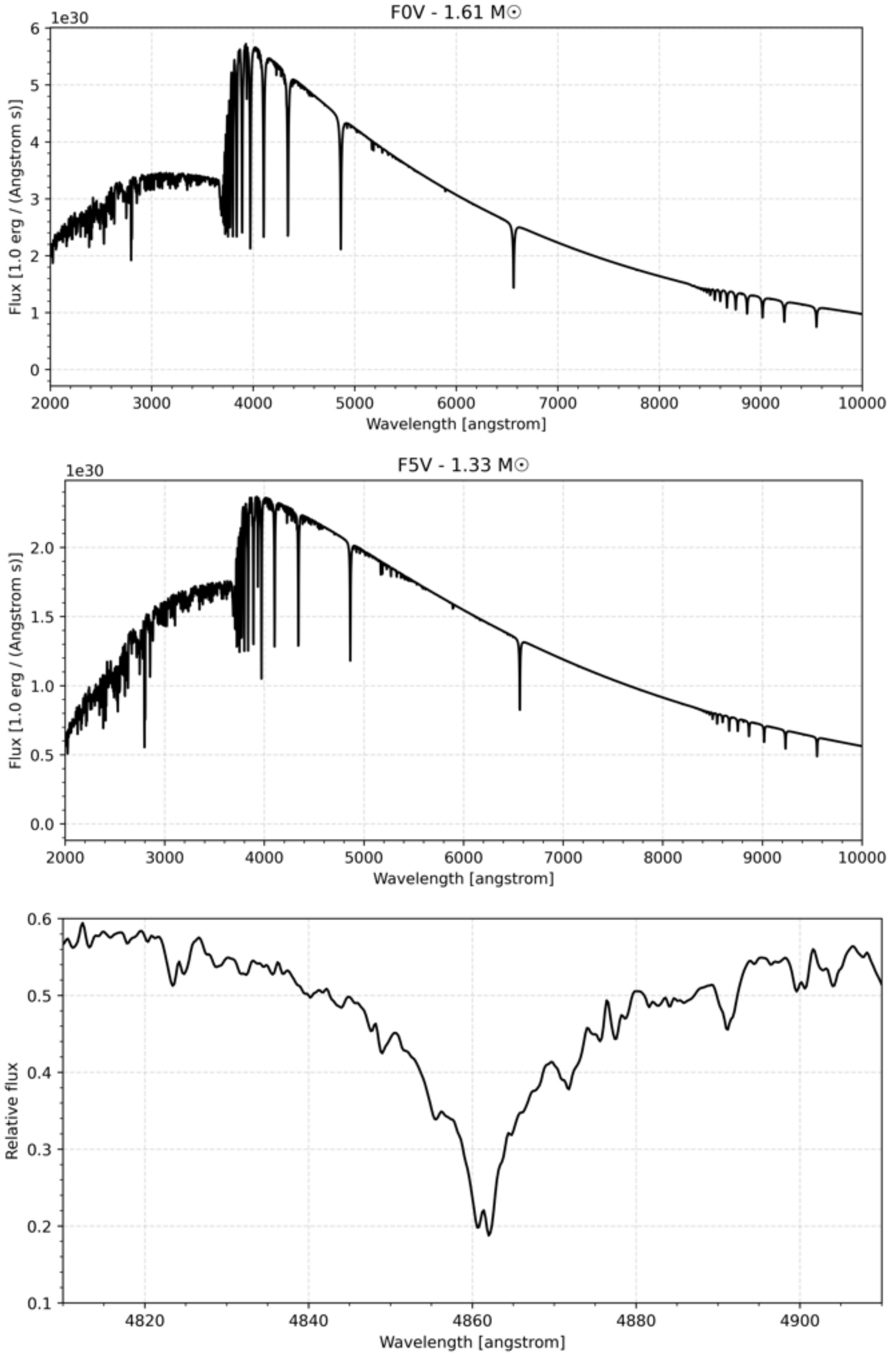
Autor: Franciszek Hansdorfer



Rysunek 1: Obserwowane widmo



Rysunek 2: Syntetyczne widma typów B-A



Rysunek 3: Syntetyczne widma typów F, oraz linia absorbcyjna H-β