
IV Olimpijska Liga Astronomiczna

Mechanika nieba

Zadanie 1.

Misja DART (Double Asteroid Redirection Test) miała na celu sprawdzenie, jak zmieni się trajektoria asteroidy po kolizji z sondą. Jako obiekt wybrano księżyc planetoidy Didymos - Dimorphos, który okrążał ją z okresem 11 godzin i 55 minut. W księżyc uderzył impaktor DART, którego masa w momencie zderzenia wynosiła 560 kg, a jego prędkość 6,58 km/s. W wyniku eksperymentu okres zmniejszył się o 32 minuty. Oszacuj stosunek pędu wyrzucanego materiału do pędu sondy. Masa Dimorphosa jest równa $5,4 \cdot 10^9$ kg, a Didymosa $5,2 \cdot 10^{11}$ kg.

Autorka: Zofia Lamęcka

Zadanie 2.

Oblicz graniczną gęstość mało masywnych obiektów w Układzie Słonecznym, dla których w ich punkcie libracyjnym L_2 zachodzi zaćmienie całkowite. Przedyskutuj przyjmowane przybliżenia i rozstrzygnij, czy zawsze w punkcie L_2 Marsa ($\rho_{Mars} = 3,93 \frac{g}{cm^3}$) panuje zaćmienie całkowite. Potrzebne dane szukaj samodzielnie.

Autor: Maksymilian Wdowiarz-Bilski

Zadanie 3.

Mikrosoczewkowanie grawitacyjne to zjawisko występujące, gdy światło pochodzące od odległej gwiazdy (źródła) zostaje ugięte przez pole grawitacyjne innego obiektu (soczewki) znajdującego się blisko linii widzenia, co prowadzi do tymczasowego pojaśnienia źródła.

W przypadku, gdy soczewką jest układ podwójny, krzywa blasku staje się bardziej złożona i czasami pozwala na wykrycie dodatkowych efektów, na przykład ruchu orbitalnego składników albo skończonych rozmiarów źródła.

Z modelowania krzywej blasku zjawiska mikrosoczewkowania grawitacyjnego z podwójną soczewką wyznaczono następujące parametry:

- $\theta_E = 0,814$ mas – kątowy promień pierścienia Einsteina,
- $s = 1,487$ – rzutowana na płaszczyznę nieba separacja składników (w jednostkach θ_E),
- $q = 0,0298$ – stosunek mas składników układu (M_2/M_1),
- $(v_\perp, v_\parallel, v_z) = (0,213; 0,137; 0,312)$ yr⁻¹ – chwilowa względna prędkość orbitalna składników (w jednostkach θ_E/rok), gdzie:
 - $v_\perp$ to składowa wzdłuż kierunku separacji s ,
 - $v_\parallel$ to składowa na płaszczyźnie nieba, prostopadła do s ,
 - v_z to składowa wzdłuż linii widzenia.

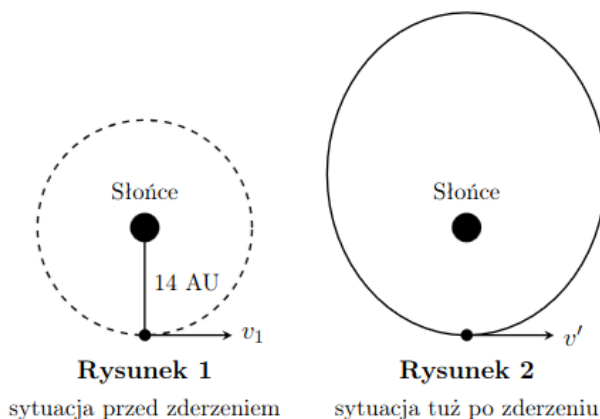
Z pomiarów astrometrycznych znana jest również paralaksa soczewek $\pi_L = 0,193$ mas.

Zakładając, że składniki poruszają się po orbicie kołowej, wyznacz masy obu składników. Czym (jakiego typu obiektami) mogą być te ciała?

Autor: Franciszek Hansdorfer

Zadanie 4.

Okružająca Słońce po kołowej orbicie asteroida zderzyła się z inną, nieco mniejszą asteroidą, w wyniku czego oba obiekty połączyły się w jeden. Orbita powstałej w ten sposób planetoidy stała się eliptyczna (patrz rysunek 1 oraz 2). W obliczeniach przyjmij, że zderzenie było centralne i niesprężyste oraz, że tuż przed zderzeniem wektory prędkości obu asteroid miały ten sam zwrot, a asteroida uderzająca poruszała się z prędkością 14 km/s. Początkowo planetoida krążyła wokół Słońca po orbicie kołowej o promieniu 14 AU. Po upływie pewnego czasu od zderzenia jej promień wodzący zakreślił na orbicie kąt 90°, a jej odległość od Słońca była wówczas równa 17,5 AU. Wyznacz stosunek mas tych asteroid oraz mimośród nowej orbity, a także czas jaki zajęło promieniowi wodzącemu zakreślenie kąta prostego na orbicie.



Autor: Ksawery Głowacki

Zadanie 5.

Planeta porusza się wokół gwiazdy po orbicie kołowej o promieniu a i okresie $T = 84,6$ h. Nachylenie płaszczyzny orbity do płaszczyzny nieba wynosi i , gdzie $0^\circ < i \leq 90^\circ$, zaś wartość $i = 90^\circ$ odpowiada tranzytowi centralnemu. Nachylenie i nie jest znane.

Na podstawie obserwacji wyznaczono:

- czas od pierwszego do czwartego kontaktu, czyli od rozpoczęcia do zakończenia tranzytu: $t_{14} = 180$ min;
- czas od drugiego do trzeciego kontaktu, podczas którego cała tarcza planety znajduje się na tle tarczy gwiazdy: $t_{23} = 132$ min;
- względny spadek strumienia promieniowania podczas tej pełnej fazy tranzytu, względem strumienia poza tranzytem: $\delta = 1,00\%$.

Z przesunięć dopplerowskich linii absorpcyjnych w atmosferze planety wyznaczono wartość zmiany jej prędkości radialnej względem obserwatora między pierwszym a czwartym kontaktem:

$$\Delta v = 30 \text{ km s}^{-1}.$$

Przyjmij, że gwiazda i planeta są kuliste, tarcza gwiazdy ma jednorodną jasność powierzchniową, a planeta jest nieprzezroczysta i można pominąć emisję jej promieniowania. Pomiń również masę planety względem masy gwiazdy, ale uwzględnij jej promień. Załóż, że grubość atmosfery planety jest pomijalna względem jej promienia, a przesunięcia linii absorpcyjnych wynikają wyłącznie z ruchu orbitalnego.

Wyznacz promień gwiazdy R_* , promień planety R_p , promień orbity a , masę gwiazdy M_* oraz nachylenie orbity i .

Potencjalna wskazówka do zadania 5

Niechaj t_c oznacza chwilę środka tranzytu, a

$$\varphi = \frac{2\pi(t - t_c)}{T}$$

to kąt opisujący położenie planety względem położenia w środku tranzytu. Dla orbity kołowej można skorzystać z następujących wzorów bez ich wyprowadzania:

1. Odległość rzutów środków planety i gwiazdy na płaszczyznę nieba wynosi

$$d(t) = a\sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 i \cos^2 \varphi}.$$

2. Prędkość radialna planety, dodatnia przy oddalaniu się od obserwatora, wynosi

$$v_r(t) = v_0 + \frac{2\pi a}{T} \sin i \sin \varphi,$$

gdzie v_0 jest stałą prędkością radialną całego układu.

Autor: Rafał Bryl